

### Практика 3

**OV21.** Докажите, что  $PSPACE = NPSPACE$ .

**OV22.**

- (а) Сколько существует булевых функций от  $n$  переменных?
- (б) Сколько существует булевых схем от  $n$  переменных размера  $s$ ?
- (в) Докажите, что существует булева функция от  $n$  переменных, для подсчета которой необходима схема размером не менее  $\frac{2^n}{100n}$ .

**OV23.** Докажите, что существует неразрешимый язык, схемная сложность которого не превосходит  $n$ .

**OV24.** Определим кванторную пропозициональную формулу: она имеет вид:

$$Q_1x_1Q_2x_2 \dots Q_nx_n\varphi(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где  $\varphi$  — пропозициональная формула от переменных  $x_1, \dots, x_n$ , а  $Q_i \in \{\exists, \forall\}$  — кванторы. Переменные  $x_i$  принимают значения  $\{0, 1\}$ , истинность формулы определяется естественным образом. Обозначим  $QBF$  — это множество истинных кванторных пропозициональных формул. Докажите, что  $QBF$  лежит в  $PSPACE$ .

**def.** Язык  $L \subseteq \{0, 1\}^n$  будем называть *унарным*, если слова, принадлежащие ему, состоят только из единиц.

**OV25.** Докажите, что если унарный язык  $NP$ -полный, то  $P = NP$ .

**OV26.** Напишите программу на машине Тьюринга, которая:

- (а) получает на вход число  $n$  в двоичном виде, а возвращает число  $n + 1$ ;
- (б) получает на вход слово  $x$ , а возвращает слово  $xx$ .