

## Задание 1

**OV1.** Придумайте систему доказательств для языка алгоритмов, которые останавливаются хотя бы на одном входе.

**OV2.** Известно, что произведение матриц размера  $n \times n$  можно посчитать за  $\mathcal{O}(n^\omega)$ , где  $\omega = 2.37\dots$ . Придумайте доказательство того, что произведение двух матриц размера  $n \times n$ , состоящих из нулей и единиц, не ноль, которое можно проверить за  $\mathcal{O}(n^2)$ .

**OV3.** Граф задан матрицей смежности. Как доказать, что он не двудольный? Доказательство должно проверяться за  $\mathcal{O}(V)$ , где  $V$  — число вершин в графе.

**OV4.** Докажите, что всякое бесконечное перечислимое множество содержит бесконечное разрешимое подмножество.

**OV5.** Приведите пример двух непересекающихся неперечислимых множеств.

**OV6.** Приведите пример неперечислимого множества, такого что его дополнение также является неперечислимым.

**OV7.** Пусть  $X \subseteq \mathbb{N}$ . Докажите, что  $X$  и  $\bar{X}$  перечислимы тогда и только тогда, когда  $X$  разрешимо.